2°/ $\left\|\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB}\right\| = MI \cdot AB \Leftrightarrow \left\|\overrightarrow{MI} \wedge \overrightarrow{AB}\right\| = MI \cdot AB$

$MI \cdot AB \left|\sin\left(\overrightarrow{MI}, \overrightarrow{AB}\right)\right| = MI \cdot AB \Leftrightarrow \left|\sin(\widehat{MIA})\right| = 1$ ou $M = I$

.

$\Leftrightarrow \cos(\widehat{MIA}) = 0$ ou $M = I$ où $\widehat{MIA} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$

$\overrightarrow{IM} \perp \overrightarrow{IA}$ d'où Γ est le plan passant par I et $\perp$ (IA)

D'où Γ est le plan médiateur de [AB]

Solution 12 :

1°/a) on a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ le déterminant $\begin{vmatrix}1 & 1\\-1 & 0\end{vmatrix} = 1 \neq 0$ donc

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires et par suite A, B, et C ne sont pas alignés.

b) Soit P' le plan dont une équation cartésienne est : $x + y + z - 2 = 0$.

Les coordonnés de A , B et C vérifient l'équation de P' donc ces trois points appartiennent à P' d'où P' = P et par suite une équation cartésienne de P est $x + y + z - 2 = 0$.

c) S est tangente à P donc le rayon de S est $r = d(O, P) = \frac{|-2|}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

d'où S : $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{4}{3}$.

2°/a) $S_\alpha = \{M \in \xi \ / \ ME^2 + \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{EF} = 0\}$

$M \in S_\alpha \Leftrightarrow ME^2 + \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{EF} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{ME} \cdot (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EF}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{EF} = 0$ $\Leftrightarrow$ M appartient à la sphère de diamètre [EF] .

Conclusion : S_α est la sphère de diamètre [EF] .